הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל

הפקולטה להנדסת חשמל

המעבדה לראייה ומדעי התמונה

מעבדה 1ח' , 2 , 3

ניסוי בעיבוד תמונות בעזרת wavelets

כתבה: חן שגיב 1999

הנחה: פרופ' יהושע זאבי

עדכונים אחרונים: הילית אונגר 2004

http://visl.technion.ac.il

מנהלות

המעבדה כוללת 2 פגישות שמשכן 4 שעות כל אחת (לעתים שתי הפגישות נעשות ברצף).

בכל פגישה יש לבצע ניסויים בהתאם להנחיות המדריך.

מקצוע קדם: מבל"ס (מבוא לעיבוד ספרתי של אותות).

יש להגיע לכל פגישה עם דו"ח מכין כתוב ומוכן להגשה. במהלך הניסוי תישאלו שאלות לגבי הדו"ח המכין ושלבי הניסוי.

לצורך הכנת המעבדה יש לקרוא את פרק 1 בדוקומנטציה של MATLAB על wavelets toolbox. להרחבת הידע על wavelets מומלץ גם לעיין גם בפרק 6.

את הקובץ ניתן להוריד בכתובת: http://visl.technion.ac.il/exp3.htm

או באתר www.mathworks.com

הגשת דו"ח מסכם - שבועיים לאחר הפגישה השניה לידי המדריך . איחורים יגררו הורדת ציון.

מבוא

מטרת ניסוי זה היא להציג את התחום העוסק בעיבוד תמונות באמצעות WAVELETS.

נקודת המוצא של חלקו הראשון של הניסוי תהיה התמרת פורייה. משם דרך התמרת פורייה "קצרת הטווח" נגיע להתמרת ה-WAVELETS ונתוודע למספר פונקציות WAVELETS בסיסיות.

בחלק השני של הניסוי נכיר את אלגוריתם הפירמידות של החוקרים Burt & Adelson.

תחום ה-WAVELETS הוא רב ועצום – הוא מקיף נושאים החל ממתמטיקה "טהורה" (אנליזה ותורת האופרטורים, PDE) ועד לשיטות יישומיות לדחיסת תמונות. מטרתנו היא לתת הבנה בסיסית של כלי זה.

לסיום, תודה לסטודנטים שבצעו את המעבדה בסמסטר חורף 99' על ההצעות, ההערות והביקורת.

מקורות

כללי

1. The World According to Wavelets, Hubbard BB, AK Peters
(בעיקר פרק 2.)

חלק א': מהתמרת פורייה להתמרת WAVELETS

2. Ten Lectures On Wavelets, Daubechies I, CBMS-NSF 61, pages 1-7

3. Digital Image Processing , Rafael C. Gonzalez, Addison –Wesley Publishing Company
(עמודים 85-89, 95-97)

חלק ב': פירמידות לפלסיאניות וגאוסיניות

4. The Laplacian Pyramid as a Compact Image Code, Burt PJ and Adelson EH, IEEE Trans on Communications, Vol Vom-31, No. 4, April 1983

בטיחות

כללי:

תמצית הנחיות בטיחות מובאת לידיעת הסטודנטים כאמצעי למניעת תאונות בעת ביצוע ניסויים ופעילות במעבדה לחקר הראייה ומדעי התמונה.
מטרתן להפנות תשומת לב לסיכונים הכרוכים בפעילויות המעבדה, כדי למנוע סבל לאדם ונזק לציוד.
אנא קיראו הנחיות אלו בעיון ופעלו בהתאם להן.

מסגרת הבטיחות במעבדה:

- אין לקיים ניסויים במעבדה ללא קבלת ציון עובר בקורס הבטיחות של מעבדות ההתמחות באלקטרוניקה (שהינו מקצוע קדם למעבדה זו).
- לפני התחלת הניסויים יש להתייצב בפני מדריך הקבוצה לקבלת תדריך ראשוני הנחיות בטיחות.
- אין לקיים ניסויים במעבדה ללא השגחת מדריך ללא אישור מראש.
- מדריך הקבוצה אחראי להסדרים בתחום פעילותך במעבדה; נהג על פי הוראותיו.

עשה ואל תעשה:

- יש לידע את המדריך או את צוות המעבדה על מצב מסוכן וליקויים במעבדה או בסביבתה הקרובה.
- לא תיעשה במזיד ובלי סיבה סבירה, פעולה העלולה לסכן את הנוכחים במעבדה.
- אסור להשתמש לרעה בכל אמצעי או התקן שסופק או הותקן במעבדה.
- היאבקות, קטטה והשתטות אסורים. מעשי קונדס מעוררים לפעמים צחוק אך הם עלולים לגרום לתאונה.
- אין להשתמש בתוך המעבדה בסמים או במשקאות אלכוהוליים, או להיות תחת השפעתם.
- אין לעשן במעבדה ואין להכניס דברי מאכל או משקה.
- בסיום העבודה יש להשאיר את השולחן נקי ומסודר.
- בניסיון לחלץ דפים תקועים במדפסת - שים לב לחלקים חמים!

בטיחות חשמל:

- בחלק משולחנות המעבדה מותקנים בתי תקע ("שקעים") אשר ציוד המעבדה מוזן מהם. אין להפעיל ציוד המוזן מבית תקע פגום.
- אין להשתמש בציוד המוזן דרך פתילים ("כבלים גמישים") אשר הבידוד שלהם פגום או אשר התקע שלהם אינו מחוזק כראוי.
- אסור לתקן או לפרק ציוד חשמלי כולל החלפת נתיכים המותקנים בתוך הציוד; יש להשאיר זאת לטפול הגורם המוסמך.
- אין לגעת בארון החשמל המרכזי, אלא בעת חירום וזאת - לצורך ניתוק המפסק הראשי.

מפסקי לחיצה לשעת חירום:

- במעבדה ישנם מפסקים ראשיים להפסקת אספקת החשמל. זהה את מקומם.
- בעת חירום יש להפעיל מפסקי החשמל הראשיים.

<u>בטיחות אש, החייאה ועזרה ראשונה:</u>

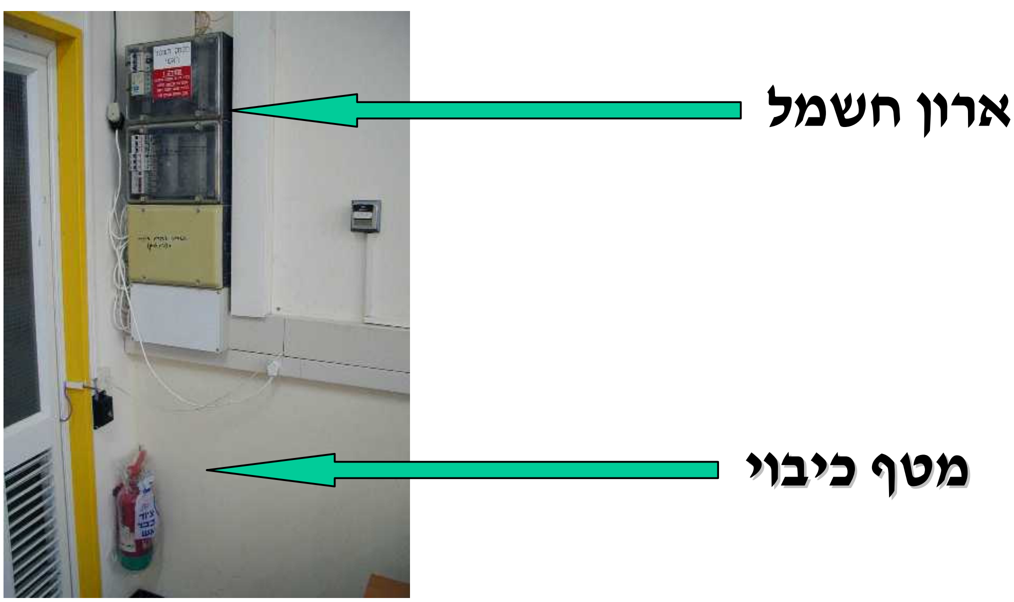
- במעבדה ממוקמים מטפי כיבוי אש זהה את מקומם.
- אין להפעיל את המטפים, אלא בעת חירום ובמידה והמדריכים וגורמים מקצועיים אחרים במעבדה אינם יכולים לפעול.

<u>יציאות חירום:</u>

- בארוע חירום הדורש פינוי, כגון שריפה, יש להתפנות מיד מהמעבדה.

<u>דיווח בעת אירוע חירום:</u>

- יש לדווח **מידית** למדריך ולאיש סגל המעבדה.
- המדריך או איש סגל המעבדה ידווחו מיידית לקצין הביטחון בטלפון; 2740, 2222.
  במידה ואין הם יכולים לעשות כך, ידווח אחד הסטודנטים לקצין הביטחון.
- לפי הוראת קצין הביטחון, או כאשר אין יכולת לדווח לקצין הביטחון, יש לדווח, לפי הצורך:
  משטרה 100,
  מגן דוד אדום 101,
  מכבי אש 102,
  גורמי בטיחות ו/או ביטחון אחרים.
  בנוסף לכך יש לדווח ליחידת סגן המנמ"פ לעניני בטיחות; 3033, 2146/7.
- בהמשך, יש לדווח לאחראי משק ותחזוקה; 4776 , 052-419917
- לסיום, יש לדווח ל:
  אחראי האקדמי (פרופ' רון מאיר חדר 605 טל. 4658)
  עוזר למנהל (קומה 8, טל. 4678)
  מהנדס המעבדה (חדר 604, טל. 4729)
  בעת הצורך ניתן להודיע במקום למהנדס המעבדה לטכנאי המעבדה (חדר615, טל. 4727) או לאחראית מחשוב המעבדה (חדר 615, טל. 4782) .



חלק א': מהתמרת פורייה להתמרת WAVELETS

רקע תיאורטי

התמרת פורייה הינה כלי יעיל לחישוב תכולת תדר של אות שאינו משתנה בצורה משמעותית לאורך הזמן או המקום – אות כזה נקרא אות סטציונרי. האינפורמציה שנותנת התמרת פורייה היא "בממוצע" על האות כולו, וקשה לדלות ממנה מידע לגבי מתי או היכן התרחשו, החלו או הסתיימו ארועים לא סטציונריים כמו הלמים ושינויי תדר.

כבר בשנת 1946 הציע החוקר GABOR התמרת פורייה קצרת טווח (Short Time Fourier Transform) כדי לתת בנוסף למידע לגבי תכולת התדר גם מידע לגבי מתי / היכן התרחשו התופעות: מגדירים פונקצית חלון ומעבירים אותה על פני האות, כך שהאות המקורי מחולק לתתי קבוצות חופפות שלו. בכל תת-אות כזה מחשבים את התמרת פורייה, וכך ניתן לקבל מידע על השתנות תכולת התדר בזמן או במקום. החסרון העיקרי של גישה זו הוא שגודל החלון מגדיר סקלה מסוימת בה נבחנות התופעות.

החידוש המשמעותי בהתמרת ה-WAVELETS הוא שגודל החלון משתנה בהתאם לאינפורמציה הספקטרלית אותה רוצים לקבל. עבור תדרים נמוכים נטפל באינטרוולים גדולים יחסית, עבור תדרים גבוהים, באינטרוולים קצרים יותר. מקדמי התמרת הWAVELETS יתנו את האינפורמציה הרגעית/מקומית לגבי "תכולת הסקלות" של הסיגנל.

מקדמי התמרת ה-WAVELETS עבור פונקציה דו-ממדית נתונים על ידי המשוואה:

$$C(scale, position) = \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\psi(scale, position, x, y)dx$$

ψ נקראת WAVELET האם (mother wavelet). על ידי מתיחה או כיווץ של ψ ניתן לקבל אותה בסקלות שונות.

דו"ח מכין

1. כתבו תכנית MATLAB המייצרת תמונה שגודלה 128 – על – 128 פיקסלים עם אות סינוסי מהצורה:

sin(4/128 * 2∏ * x +32/128 * 2∏ * y)

הציגו את התמונה בעזרת הפונקציה IMSHOW. כמה מחזורי סינוס תצפו לקבל בכיוון X

$$\frac{1}{pixel}$$

וכמה בכיוון Y. מהו התדר המרחבי בכל אחד מן הכיוונים ? שימו לב: היחידות בהן משתמשים לתאור תדר מרחבי הן :

כלומר, אם אורך מחזור אחד בפיקסלים הוא N, התדר המרחבי הוא: N^{1-}.

2. כעת נבצע התמרת פורייה בדידה של התמונה בעזרת פונקצית ft2 ונציג אותה על ידי הפקודה:

imshow(log(abs(fft2(image)))) . ננסה לראות כיצד מוודאים כי קבלנו את תמונת ההתמרה לה ציפינו. השתמשו בפקודה pixval על מנת לקבל את ערכי הפיקסלים בהם ההתמרה קבלה ערכים מקסימליים. בזוכרנו כי MATLAB מתחילה לספור מאחת ולא מאפס, האם ערכים אלה נכונים ? תנו הסבר לעובדה שקבלתם יותר מנקודה אחת. כדי לקבל את אלמנט ה- DC במרכז נבצע הזזה על ידי fftshift של התוצאה. תארו מה קבלתם כעת. ניתן להיעזר במקור מספר 4.

2. התמרת פורייה קצרת הטווח הוצעה על ידי Dennis Gabor כבר בשנת 1946. בשיטה זו מעבירים חלון על פני האות, כך ש"גוזרים" רק חלק מן האות. על חלק אות זה מבצעים התמרת פוריה:

$$STFTx(\tau,\Phi)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)*g(t-\tau)*e^{2\pi\Phi ti}\,dt$$

כך, ניתן לקבל מיפוי של סיגנל חד מימדי למרחב דו ממדי, (x, w) ו- w הוא התדר.

תארו מה נקבל אם נבחר חלון ריבועי, המינג או גאוסייני ? התייחסו ללוקליות של החלון במרחבי הזמן והתדר. מהם היתרונות והחסרונות של כל בחירה. מה לדעתכם עדיף ?

3. פונקציות הWAVELETS הן בדרך כלל ממוקמות בזמן (או במקום), הן לאוו דווקא חלקות או סימטריות. חלק מהWAVELETS ניתן להגדיר באופן אנליטי, וחלק אחר הם תוצר של תהליך איטרטיבי ואין עבורם ביטוי אנליטי. ניקח לדוגמא את WAVELET Morlet שניתן על ידי:

$$\exp(-\frac{(a^{-1}x-b)^2}{2})*\cos(5(a^{-1}x-b))$$

ציירו את WAVELET האם, שנתון עבור הערכים a=1, b=0, ואת אותו WAVELET מוזז ומכווץ או מנופח עבור הערכים:

b=2,-2 , a= 2, 0.5

4: כעת נייצר WAVELETS דו ממדיים מאותה משפחה:

$$\exp(-\frac{(a_1^{-1}x-b_1)^2}{2})*\exp(-\frac{(a_2^{-1}y-b_2)^2}{2})*\cos(5(a_1^{-1}x-b_1))*\cos(5(a_2^{-1}y-b_2))$$

השתמשו בפקודות mesh , meshgrid על מנת לצייר את הWAVELET הדו ממדי עבור הערכים:

b1=1,2,-2 , a1= 0,2, 0.5

b2=1,2,-2 , a2= 0,2, 0.5

האם במקרה הדו ממדי ניתן לשנות פרמטרים נוספים מעבר למקום ולסקלה ?

<u>מהלך הניסוי</u>

♣ כתבו פונקציה היוצרת את התמונה הבאה:

$$\sin(\frac{4}{128}*2\pi*\mathrm{x}+\frac{4}{128}*2\pi*\mathrm{y})+\sin(\frac{32}{128}*2\pi*\mathrm{x}+\frac{32}{128}*2\pi*\mathrm{y})+1.5*\delta_{x,y}^{20,40}+1.5*\delta_{x,y}^{20,32}$$

בתמונה זו, שני תדרים בסיסיים וכמו כן שני הלמים בנקודות (32, 20) ו – (40, 20). נחשב את טרנספורם פורייה של האות. מה קבלתם ? ממה נובעים הפסים בתמונת ההתמרה ? (רמז: מהי התמרתה של פונקצית דלתא ? מה קורה אם יש יותר מפונקצית דלתא אחת ?)

♣ כדי לנסות ולקבל אינפורמציה ספקטרלית טובה יותר לגבי האות, נשתמש ב- ST Fourier transform. כדי להציג את ההתמרות בצורה ברורה נבחר את שורה 20, ונבצע התמרה רק על שורה זו. נבחר את פונקצית החלון להיות HAMMING ונייצר אותו בעזרת פקודת MATLAB המתאימה (hamming).

העבירו את החלון על שורה 20 בצעדים של פיקסל, ובצעו התמרת פורייה לכל חלק בנפרד. חזרו על כך עבור גדלים שונים של חלון (נוח יותר להשתמש בחלון מסדר אי זוגי). נקודה למחשבה: מהו אורך החלון הקטן ביותר שתשתמשו בו כדי לקבל הפרדה בין הדלתות ?

הערות טכניות:

1. על מנת להציג את האינפורמציה הספקטרלית לאורך ציר ה-X צרו מטריצה שמימד אחד שלה הוא כמימד האות (128 במקרה שלנו). המימד השני יהיה כמימד חלון HAMMING בו השתמשנו. כלומר נקבל מטריצה שהעמודות (או השורות שלה, תלוי בהגדרה) יהיו אוסף טרנספורמי פורייה על אינטרוולים עוקבים באות.
הציגו את המטריצה על ידי הפקודה:

```
figure;imshow(log(abs(matrix))) ; colormap(jet) ;colorbar
```

2. היות ו"גזרנו" רק שורה אחת, השתמשו בפונקצית MATLAB : FFT, אין צורך לבצע FFTSHIFT.

♣ סכמו את התוצאות שקבלתם בטבלה והוציאו הדפסות עבור החלונות השונים. ציינו מהם היתרונות והחסרונות של – STFT עבור גדלי חלון שונים ? איזה מידע בולט יותר ואיזה מיטשטש או נעלם כפונקציה של גודל החלון.

♣ צרו גל סינוס בן 500 דגימות בתדר הולך וגדל בעזרת הנוסחה:

f=sin(2*pi*t.^2/1000);

השתמשו בתכנית שכתבתם על מנת לבצע התמרת פורייה קצרת טווח לאות זה עם חלון שאורכו 50דגימות. תארו והסבירו את מה שקבלתם ?

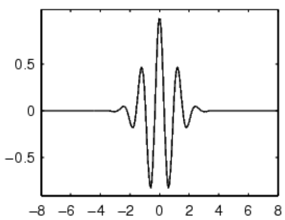
<u>שמרו את המערך המייצג את האות בעזרת הפקודה save function.mat array_name.</u>

WAVELET TOOLBOX

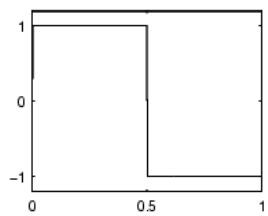
התמרת ה wavelets דומה להתמרת STFT שראיתם עד עתה, כלומר מקבלים רזולוציה זמנית-תדרית. בניגוד להתמרת STFT כאן משתמשים בגדלי חלון שונים בהתמרה, כלומר לוקחים פונקציה בסיסית (הנקראת mother wavelet) ומרחיבים ומכווצים אותה בכפולות של 2, וכן מזיזים לאורך חלון הסיגנל. ככל ש-a גבוה יותר, החלון עימו מתבצעת האנליזה רחב יותר.

כ״כלל אצבע״ ניתן לומר כי ככל שהwavelet דומה יותר לסיגנל עליו מתבצעת אנליזה, כך האנליזה תהיה מדוייקת יותר והאנרגיה תתרכז בפחות מקדמי התמרה.

Haar wavelet הינו חלון ריבועי (ראו תמונות) ולעומתו רוב ה-wavelets האחרים חלקים יותר.



Morlet wavelet



Haar wavelet

(ניתן לראות את צורות הwavelets האחרים בתעוד על wavelet toolbox).

על השאלות המסומנות ב- יש לענות בדו״ח המסכם!

1. לאחר שמירת המערך של פונקציה f, הקישו wavemenu.
2. בחרו ב- continuous wavelet 1-D וטענו את הסיגנל באמצעות File->load signal.
3. בחרו ב-haar wavelet ובצעו אנליזה (ע״י כפתור Analyze). החלון העליון מציג את הסיגנל, מתחתיו מטריצת המקדמים של התמרת ה-wavelets ומתחתיה ערך המקדמים עבור שורה מסוימת (a=32).
4. במטריצת המקדמים פיקסל בהיר מסמל ערך מקדם גבוה (כלומר קיים תדר כזה במיקום הזה בסיגנל), בעוד פיקסל כהה מסמל מקדם נמוך.
   א. נסו להבין מהם הציר האופקי והאנכי? מה משמעות ערך a גבוה – תדר נמוך או גבוה?
   ב. מהי צורת מטריצת המקדמים שהייתם מצפים לקבל עבור הסיגנל הנתון (היכן המקדמים החזקים)?
   ג. התבוננו במטריצת המקדמים עבור haar. למה כאשר תדר הסיגנל נמוך, יש מקדמי התמרה גבוהים בכל ציר התדר?
5. שחקו כעת עם הפרמטרים בחלון Scale Settings:

א. שנו את Step ל-2. באיזה ציר שונתה הרזולוציה? מה משמעות השינוי לגבי דיוק ההתמרה וגודל הזיכרון (וכמות החישובים) הנדרש לשמירת המטריצה המתקבלת?

ב. שנו כעת את Step בחזרה ל-1 ואת Max ל-32. מה השתנה כעת? מהי משמעות השינוי לגבי תדרים נמוכים וגבוהים? מי ייפגע מהשינוי?

6. החזירו את Step, Max לערכם המקורי.

א. שחקו עם wavelets שונים כך שתמצאו התמרה בה עבור התדרים הנמוכים מתקבלת תמונת התמרה מדויקת יותר (כלומר שערוך התדר נכון יותר). מהו ה-wavelet אותו בחרתם? הוסיפו את תמונות מטריצת ההתמרה של שני ה-wavelets לדו״ח.

7. כעת נראה יישומים אחרים לפונקציות ה-wavelets.

סגרו את חלון continuous wavelet 1-D ובחרו כעת ב-wavelet 1-D. העלו סיגנל ע״י:
File->Example Analysis->Noisy Signal –> constant noise variance- noisy blocks >

סיגנל זה הינו אות מסוג ״בלוק מדרגות״ מורעש (כשמו כן הוא).

8. בחרו בכפתור compress:

א. בדקו את השפעת ה-scroll bar (שמשנה את האנרגיה) על צורת הסיגנל המתקבל – לאחר שבחרתם כמה אנרגיה מהסיגנל תישמר לאחר הדחיסה יש ללחוץ על כפתור compress. יופיעו סיגנל אדום (מקורי) וצהוב (לאחר דחיסה).

ב. השוו בין מטריצות המקדמים לפני ואחרי הדחיסה - איזה מקדמים נשמרו ואיזה לא?

9. כעת סגרו את חלון compress ובחרו בכפתור de-noise.

א. אילו תדרים תרצו לסנן (גבוהים/נמוכים)? מצאו קומבינציה ״טובה יותר״ ע״י משחק עם ה-scroll bars של כל רמה (רמות 1-5). הוסיפו לדו״ח את תמונת הסיגנל לפני ואחרי ניקוי הרעש.

10. חזרו לחלון wavelet 1-D ובצעו אנליזה לסיגנל noisy blocks בעזרת haar wavelet. בחרו ב-Display mode=Tree mode. כל רמה מתפרקת כאן ל-2 רכיבי תדר: תדרים גבוהים (d=details) ותדרים נמוכים (a=approximation).

א. איזה מרכיבי העץ הכי דומה לסיגנל (המשוערך) ללא רעש?

ב. איזה מרכיב רעש הכי דומיננטי בסיגנל? היכן (בערך) הוא נמצא בתחום התדר? (חלקו בצורה רקורסיבית את תחום התדר הנמוך לתדרים גבוהים ונמוכים כך שיתקבל מבנה דומה לעץ המוצג).

חלק ב': פירמידות לפלסיאניות וגאוסיניות

רקע תיאורטי

עד אמצע שנות השמונים השתמשו בWAVELETS בתחומים שונים ותחת שמות שונים. בתחומים המתמטיים התאורטיים עסקו בנושאים כמו חקירת מרחבים פונקציונאלים ואופרטורים, שלא התחברו לנושאים "ארציים" יותר כמו עבוד תמונה ואותות. בתחומים היותר מעשיים פתחו חוקרים כמו Burt & Adelson דרכי פעולה לאנליזה של תמונות שנתנו תוצאות טובות, אך בלי להשען על בסיס מתמטי איתן.

החוקרים MALLAT ו- MEYERS הצליחו לקראת סוף שנות השמונים לקשר בין האנליזה התאורטית ובין שיטות יישומיות בעיבוד סיגנלים ואותות.

בחלק זה של הניסוי נדגים את אלגוריתם הפירמידות שפותח על ידי Burt & Adelson. אלגוריתם זה מבוסס על יצירת אוסף תמונות מן התמונה המקורית – כל תמונה היא תוצר של פילטור ודצימציה בפקטור 2 של התמונה הקודמת לה ונראית כאילו היא תוצר של החלקה על ידי פילטר גאוסייני של התמונה הקודמת. היות והתמונות קטנות בפקטור שתיים, השם שניתן לאלגוריתם הזה הוא "**פירמידה גאוסיינית**".

תמונות ההפרשים בין רמה לרמה נראות כאילו התמונה עברה פילטור לפלסיאני המדגיש שפות, לכן תמונות אלה נקראות **פירמידת הלפלסיאן**.

דו"ח מכין

1. במעבדה נפעיל אלגוריתם איטרטיבי המייצר תמונות "מכווצות" פי שניים יחסית לרמה הקודמת בעזרת הנוסחה:

$$g_l(i,j)=\sum_{m=-2}^{2}\sum_{n=-2}^{2}w(m,n)*g_{l-1}(2i+m,2j+n)$$

נניח כי הפילטרים עמם אנו עובדים הם ספרביליים ולכן ניתן לכתוב:

$$w(m,n) = w1(m) * w1(n)$$

נסתכל כעת על האלגוריתם במימד אחד. תנאי ההתחלה הוא:

$$g_0(i) = f(i)$$

ו- f(i) הינו הסיגנל המקורי.

האיטרציות מוגדרות על ידי:

$$g_l(i) = \sum_{n=-2}^{2} w1(n) * g_{l-1}(2i+n)$$

מקדמי הפילטר w1(i) מקיימים מספר תנאים. נסה לתת להם הסבר אינטואיטיבי:

- סכומם מסתכם לאחד.
- סימטריה סביב האפס.
- equal contribution - כלומר, כל פיקסל ברמה l יתרום במידה שוה לפיקסלים ברמה l+1. מה חשיבותה של תכונה זו ? המלצה: ניתן להמחיש תנאי זה אם רושמים במפורש איך פיקסלים סמוכים ברמה l תורמים לפיקסלים ברמה l+1.

מתוך כל התכונות הללו, מצאו את הקשר בין המקדמים w1(i) והציגו אותם כפונקציה של פרמטר a. חשבו אותם עבור a=0.6. מתוך ידיעת w1(n) קבלו את w(m,n).

2. תנו דוגמא לפילטר או תהליך בעיבוד תמונה שאינם ספרביליים.

3. פירמידת הלפלסיאן היא אוסף תמונות שגיאה L_l הנתונות על ידי:

$\mathbf{L_l = g_l - g_{l+1,1}}$, עם תנאי השפה : $\mathbf{L_N = g_N}$,

נגדיר עוד כי: $L_{l,n}$ הוא תוצר של ניפוח L_l n פעמים. מה יהיה גודלו של $L_{l,l}$?

הוכיחו כי:

$$g_0 = \sum_{l=0}^{N} L_{l,l}$$

4 מה עושה הפונקציה filter2 ? אלו פילטרים לא ניתן לממש אתה ?

מהלך הניסוי

1. ראשית נבנה את מה שמכונה "פירמידת הגאוסיינים". השתמשו בנוסחא:

$$g_l(i,j)=\sum_{m=-2}^{2}\sum_{n=-2}^{2}w(m,n)*g_{l-1}(2i+m,2j+n)$$

על מנת ליצור איטרציות של התמונה המקורית עד שלוש רמות. זכרו כי עליכם לקחת כל דגימה שניה בלבד במעבר בין רמה לרמה. תמונות ניתן לקבל מתוך MATLAB לדוגמא על ידי פקודה load clown או load woman.

2. ננסה לבנות מחדש את התמונה המקורית בעזרת תהליך הפוך לזה שעשינו בשלבים 1-3.
נניח כי g_{l-1} היא התמונה ברמה l -1, אזי נוכל לקבל את התמונה ברמה ה- l בעזרת הנוסחה:

$$g_{l,n}(i,j)=4*\sum_{m=-2}^{2}\sum_{n=-2}^{2}w(m,n)*g_{l,n-1}(\frac{i-m}{2},\frac{j-n}{2})$$

כעת הפעילו נוסחה זו על g_3 שיצרתם. האם קבלתם בחזרה את התמונה המקורית ?
הסבירו את התוצאות שקבלתם.

3. כעת נבנה פירמידה נוספת, המכונה פירמידת ה-LAPLACIAN. ניצור אוסף תמונות המוגדרות באופן הבא: $\mathbf{L_l = g_l - g_{l+1,1}}$, עם תנאי השפה : $\mathbf{L_N = g_N}$,

חשבו 3 רמות של הפירמידה, והציגו את תמונות ההפרש "מנופחות" לממדי התמונה המקורית.
הסבירו את התוצאות שקבלתם.

4. בעזרת שתי הפירמידות שיצרנו, ננסה לשחזר את התמונה המקורית. ראיתם כי:

$$g_0 = \sum_{l=0}^{N} L_{l,l}$$

נשתמש באלגוריתם פשוט יותר ונממש את השחזור באופן איטרטיבי, הפוך לאופן בנית פירמידת הלפלסיאן:

$$g_N = L_N$$
$$g_l = L_l + g_{l+1,1}$$